

2019

ECONOMICS

[**Honours**]

PAPER – II

Full Marks : 90

Time : 4 hours

The figures in the right hand margin indicate marks

Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable

Illustrate the answers wherever necessary

[**FIRST HALF**]

(Mathematics for Economics)

[*Marks : 45*]

GROUP – A

1. Answer any five questions : 2 × 5

(a) What is Euclidean Space ?

(b) Distinguish between explicit function and implicit function.

(c) Evaluate :

$$\frac{d}{dx} (x \log x).$$

(d) Evaluate :

$$\int x^2 e^x dx$$

(e) Given

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \text{ and } B = \begin{bmatrix} 1 & 10 \\ -2 & 5 \end{bmatrix},$$

Find $A \cdot B$.

(f) State the 'Euler's theorem'.

(g) Given $\frac{dy}{dx} = 4x$, Find y .

(h) What do you understand by the limit of a function ?

GROUP – B

Answer any **three** questions :

5 × 3

2. Define 'Inverse of a matrix'. Find the inverse of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Show that the Cobb-Douglas production function $Y = L^\alpha K^{1-\alpha}$, $0 < \alpha < 1$, where Y = Level of output, L = Amount of labour and K = Amount of capital, is homogeneous of degree one.

What would happen to the level of output if both the amount of labour and the amount of capital doubled ?

4. State the conditions for extrema of a function. Find the value of x at which the function :

$$f(x) = 7 + 10x + x^2$$

reaches an extremum and determine the nature of that extremum.

5. A function $f(x)$ is defined in the following way :

$$\begin{aligned} f(x) &= -x && \text{when } x \leq 0 \\ &= x && \text{when } 0 < x < 1 \\ &= 2 - x && \text{when } x \geq 1. \end{aligned}$$

Show that $f(x)$ is continuous at $x = 0$ and $x = 1$.

6. Evaluate :

$$\int_0^1 \frac{dx}{(x^2 + 1)^2}$$

7. Solve the differential equation

$$ydx - xdy = xydx.$$

GROUP - C

Answer any **two** questions : 10 × 2

8. Solve the following system of equations by using Cramer's rule : 10

$$2x + 3y - z = 1$$

$$4x + y - 3z = 11$$

$$3x - 2y + 5z = 21$$

9. Find the optimum commodity purchases for a consumer intending to maximise utility function $u = q_1 q_2$, subject to the budget constraint $2q_1 + 5q_2 = 100$, using the method of Lagrange multiplier. Write down the second order condition for this maximisation exercise. 10
10. (a) Distinguish between Homogeneous and Homothetic functions. 4
- (b) Prove that the partial derivatives of a function homogeneous of degree K are homogeneous of degree $K - 1$. 6
11. Define set. What are the basic operations on sets ? What is Nested set ? 3+4+3

[SECOND HALF]

(Statistics - I)

[Marks : 45]

GROUP - A

1. Answer any *five* questions : 2 × 5

- (a) Name the different measures of central tendency.
- (b) Distinguish between ordinary frequency distribution and cumulative frequency distribution.
- (c) What do you understand by positive skewness ?
- (d) Given arithmetic mean = 72 and variance = 81, determine the coefficient of variation.
- (e) What do you understand by 'Vital Index' ?
- (f) Define Fisher's ideal price index.
- (g) Find the harmonic mean of the numbers 2, 3, 5, 7 and 60.
- (h) What is 'Scatter diagram' ?

GROUP – B

Answer any **three** questions : 5 × 3

2. Find the median and mode from the following data :

Monthly Income (Rs.)	Frequency
0 - 75	15
75 - 150	200
150 - 225	250
225 - 300	225
300 - 375	10
375 - 450	05

3. Find the mean deviation about arithmetic mean from the frequency distribution given below :

Class	: 90-99	100-109	110-119	120-129	130-139	140-149
Frequency :	65	69	76	34	42	27

4. Obtain the appropriate regression equation from the following table, stating the reason of your choice of independent variable :

Age in years	Blood pressure
56	147
42	125
72	160
36	118

Age in years	Blood pressure
68	149
47	128
55	150
49	145

5. If $U = \frac{x - x_0}{c}$ and $V = \frac{y - y_0}{d}$, where x_0, y_0, c and d are constants, ($c \neq 0, d \neq 0$), then prove that $r_{xy} = r_{uv}$, if c and d have the same sign and $r_{xy} = -r_{uv}$ if c and d have opposite signs.

6. Calculate the Gross Reproduction Rate and Net Reproduction Rate from the following table :

Age-range	Female Population ('000)	Female Births	Survival Rate
15 - 19	1558	18900	0.914
20 - 24	1112	71100	0.899
25 - 29	1595	96900	0.884
30 - 34	1629	64200	0.868
35 - 39	1627	34900	0.852
40 - 44	1522	10800	0.834
45 - 49	1401	800	0.813

7. What is seasonal index ? Briefly discuss the various uses of seasonal index in time series data.

GROUP – C

Answer any **two** questions : 10×2

8. (a) What do you mean by a time series ? What are the different components of time series ? 4

- (b) Fit a straight line trend to the following data by the method of least square : 6

Year	:	1959	1960	1961	1962	1963
% of insured people	:	11.3	13.0	9.7	10.6	10.7

9. Given the following data, calculate price index numbers by

(a) Laspeyres' formula.

(b) Paasche's formula and

(c) Fisher's formula with 1927 as base. 10

Year	Rice		Wheat		Jowar	
	Price	Qty.	Price	Qty.	Price	Qty.
1927	9.3	100	6.4	11	5.1	05
1934	4.5	90	3.7	10	2.7	03

10. (a) Briefly explain the concept of relative dispersion. 2

(b) The number of runs scored by cricketers A and B during a test series consisting of 5 matches is shown below for each of 10 innings :

A : 5, 26, 97, 76, 112, 89, 06, 108, 24, 16

B : 51, 47, 36, 60, 58, 39, 44, 42, 71, 50.

Make a comparative study of the batting performances of the two cricketers using arithmetic mean, standard deviation and coefficient of variation. 8

11. (a) Find the missing frequencies in the following frequency distribution when it is known that $\bar{x} = 11.09$. 6

Class Limits	Frequency
9.3 - 9.7	02
9.8 - 10.2	05
10.3 - 10.7	f_3

Class Limits	Frequency
10.8 - 11.2	f_4
11.3 - 11.7	14
11.8 - 12.2	06
12.3 - 12.7	03
12.8 - 13.2	01
Total	60

(b) Briefly describe the uses of Geometric Mean and Harmonic Mean. 4

বঙ্গানুবাদ

দক্ষিণ-প্রান্তস্থ সংখ্যাগুলি প্রশ্নমান নির্দেশক

পরীক্ষার্থীদের যথাসম্ভব নিজের ভাষায় উত্তর দেওয়া প্রয়োজন

[প্রথম অর্ধাংশ]

(*Mathematics for Economics*)

[মান : ৪৫]

বিভাগ—ক

১। যে কোন পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

২ × ৫

(ক) Euclidean Space কি ?

(খ) প্রত্যক্ষ অপেক্ষক (explicit function) এবং পরোক্ষ অপেক্ষকের (implicit function) মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ কর ।

(গ) $\frac{d}{dx} (x \log x)$ এর মান নির্ণয় কর ।

(ঘ) $\int x^2 e^x dx$ এর মান নির্ণয় কর ।

(ঙ) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$ এবং $B = \begin{bmatrix} 1 & 10 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ হলে $A \cdot B$ নির্ণয় কর ।

(চ) Euler এর theorem টি বিবৃত কর ।

(ছ) $\frac{dy}{dx} = 4x$ হলে y এর মান নির্ধারণ কর ।

(জ) কোনও অপেক্ষকের সীমা (limit) বলতে কি বোঝ ?

বিভাগ—খ

যে কোন তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

৫×৩

২। কোনও matrix এর inverse এর সংজ্ঞা দাও ।

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \text{ matrix টির inverse নির্ণয় কর ।}$$

৩। দেখাও যে নিম্নলিখিত Cobb-Douglas উৎপাদন অপেক্ষকটি ।
ঘাত বিশিষ্ট সমসত্ত্ব অপেক্ষক (homogeneous of degree one) :

$$Y = L^\alpha K^{1-\alpha}, 0 < \alpha < 1,$$

যেখানে $Y =$ উৎপাদিত দ্রব্যের পরিমাণ $L =$ ব্যবহৃত শ্রমের পরিমাণ ও $K =$ ব্যবহৃত মূলধনের পরিমাণ ।

যদি শ্রম ও মূলধনের পরিমাণ দ্বিগুণ করা হয় তাহলে এই উৎপাদন অপেক্ষক অনুসারে উৎপন্ন দ্রব্যের পরিমাণে কিরূপ পরিবর্তন হবে ?

৪। কোনও অপেক্ষকের চরম মানে (extrema) অবস্থানের শর্তগুলি বিবৃত কর । x এর মান কত হলে

$$f(x) = 7 + 10x + x^2$$

অপেক্ষকটি চরম মানে পৌঁছবে তা নির্ধারণ কর এবং আলোচ্য চরমমানটির প্রকৃতি নির্ধারণ কর ।

৫। একটি অপেক্ষক $f(x)$ নিম্নলিখিত রূপে সংজ্ঞায়িত :

$$\begin{aligned} f(x) &= -x \text{ যখন } x \leq 0 \\ &= x \text{ যখন } 0 < x < 1 \\ &= 2 - x \text{ যখন } x \geq 1. \end{aligned}$$

প্রমাণ কর $f(x)$ অপেক্ষকটি $x=0$ এবং $x=1$ বিন্দুতে নিরবিচ্ছিন্ন (continuous)।

৬। $\int_0^1 \frac{dx}{(x^2 + 1)^2}$ এর মান নির্ণয় কর।

৭। নিম্নলিখিত অবকলন সমীকরণটির (differential equation) সমাধান কর :

$$ydx - xdy = xydx.$$

বিভাগ—গ

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও : ১০×২

৮। নিম্নে প্রদত্ত সমীকরণগুলিকে Cramer এর নিয়ম অনুসারে সমাধান কর : ১০

$$2x + 3y - z = 1$$

$$4x + y - 3z = 11$$

$$3x - 2y + 5z = 21$$

- ৯। কোনও উপভোক্তা বাজেট সীমারেখা $2q_1 + 5q_2 = 100$ এর সাপেক্ষতার উপযোগীতা অপেক্ষক $u = q_1 q_2$ এর মান সর্বোচ্চ করতে চান। Lagrange multiplier পদ্ধতি অনুসারে ঐ ক্রেতার সর্বোত্তম ভোগ বা ত্রয় নির্ধারণ কর। সর্বোত্তম ভোগ নির্ধারণের second order condition লিপিবদ্ধ কর। ১০
- ১০। (ক) Homogeneous অপেক্ষক এবং Homothetic অপেক্ষকের মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ কর। ৪
- (খ) প্রমাণ কর কোনও অপেক্ষক homogeneous of degree K হলে ঐ অপেক্ষকের আংশিক অবকলগুলি (Partial derivatives) homogeneous of degree $K - 1$ হবে। ৬
- ১১। Set এর সংজ্ঞা দাও। Set এর basic operation গুলি কি কি? Nested set কাকে বলে? ৩+৪+৩

[দ্বিতীয় অর্ধাংশ]

(Statistics - I)

[মান : ৪৫]

বিভাগ—ক

১। যে কোন পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

২ × ৫

- (ক) কেন্দ্রীয় মান (central tendency) এর বিভিন্ন পরিমাপগুলির নাম উল্লেখ কর ।
- (খ) সাধারণ পরিসংখ্যা বিভাজন এবং ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজনের মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ কর ।
- (গ) ধনাত্মক skewness বলতে কি বোঝ ?
- (ঘ) সমান্তরীয় মধ্যক = ৭২ এবং ভেদমান = ৮১ হলে ভেদাঙ্ক (coefficient of variation) এর মান নির্ণয় কর ।
- (ঙ) Vital Index বলতে কি বোঝ ?
- (চ) Fisher এর আদর্শ দাম সূচকের সংজ্ঞা দাও ।
- (ছ) ২, ৩, ৫, ৭ এবং ৬০ এর বিপরীত মধ্যক (harmonic mean) নির্ণয় কর ।
- (জ) Scatter diagram কি ?

বিভাগ — খ

যে কোন তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

৫ × ৩

- ২। নিম্নলিখিত তথ্য থেকে মধ্যমা (median) এবং সংখ্যাগুরু মান (mode) নির্ণয় কর :

মাসিক আয় (টাকায়)	পরিসংখ্যা
০ - ৭৫	১৫
৭৫ - ১৫০	২০০
১৫০ - ২২৫	২৫০
২২৫ - ৩০০	২২৫
৩০০ - ৩৭৫	১০
৩৭৫ - ৪৫০	০৫

- ৩। নিম্নলিখিত পরিসংখ্যা বিভাজন হতে সমান্তরীয় মধ্যকের সাপেক্ষে গড় চরম পার্থক্য (mean absolute deviation) নির্ধারণ কর :

শ্রেণী :	৯০-৯৯	১০০-১০৯	১১০-১১৯	১২০-১২৯	১৩০-১৩৯	১৪০-১৪৯
পরিসংখ্যা :	৬৫	৬৯	৭৬	৩৪	৪২	২৭

- ৪। নিম্নলিখিত সারণী থেকে উপযুক্ত (appropriate) প্রতিগমন সমীকরণটি নির্ধারণ কর এবং স্বাধীন চলরাশিটি নির্বাচনের স্বপক্ষে যুক্তি দাও ।

বয়স (বৎসরে)	রক্তচাপ
৫৬	১৪৭
৪২	১২৫

বয়স (বৎসরে)	রক্তচাপ
৭২	১৬০
৩৬	১১৮
৬৮	১৪৯
৪৭	১২৮
৫৫	১৫০
৪৯	১৪৫

৫। যদি $U = \frac{x - x_0}{c}$ এবং $V = \frac{y - y_0}{d}$ হয়, ($c \neq 0, d \neq 0$),

x_0, y_0, c এবং d ধ্রুবক, তাহলে প্রমাণ কর $r_{xy} = r_{uv}$, যদি c এবং d এর চিহ্ন (sign) একই হয়, এবং $r_{xy} = -r_{uv}$, যদি c এবং d বিপরীত চিহ্ন বিশিষ্ট হয়।

৬। নিম্নলিখিত সারণী থেকে Gross Reproduction Rate এবং Net Reproduction Rate নির্ধারণ কর।

বয়ঃসীমা (Age range)	স্ত্রী জনসংখ্যা ('০০০) (Female Population)	স্ত্রী জন্ম (Female birth)	বাঁচার হার (Survival rate)
১৫-১৯	১৫৫৮	১৮৯০০	০.৯১৪
২০-২৪	১১১২	৭১১০০	০.৮৯৯
২৫-২৯	১৫৯৫	৯৬৯০০	০.৮৮৪

বয়ঃসীমা (Age range)	স্ত্রী জনসংখ্যা ('০০০) (Female Population)	স্ত্রী জন্ম (Female birth)	বাঁচার হার (Survival rate)
৩০-৩৪	১৬২৯	৬৪২০০	০.৮৬৮
৩৫-৩৯	১৬২৭	৩৪৯০০	০.৮৫২
৪০-৪৪	১৫২২	১০৮০০	০.৮৩৪
৪৫-৪৯	১৪০১	৮০০	০.৮১৩

- ৭। মরশুমী সূচক (Seasonal index) কি ? সময় সারণী তথ্যে মরশুমী সূচকের বিভিন্ন ব্যবহার সংক্ষেপে আলোচনা কর ।

বিভাগ—গ

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও : ১০×২

- ৮। (ক) সময় সারণী বলতে কি বোঝ ? সময় সারণী তথ্যের বিভিন্ন প্রকার (component) কি কি ? ৪
- (খ) সর্বনিম্ন বর্গ পদ্ধতি অনুসারে (method of least square) নিম্নলিখিত তথ্য থেকে একটি সরলরৈখিক trend নির্ধারণ কর : ৬

বছর : ১৯৫৯ ১৯৬০ ১৯৬১ ১৯৬২ ১৯৬৩

বিমুক্ত ব্যক্তি (%) : ১১.৩ ১৩.০ ৯.৭ ১০.৬ ১০.৭

৯। নিম্নলিখিত তথ্য অনুসারে

- (a) Laspeyre এর সূত্র অনুসারে,
 (b) Paasche এর সূত্র অনুসারে ও
 (c) Fisher এর সূত্র অনুসারে

১৯২৭ সালকে ভিত্তিবর্ষ করে দামসূচক নির্ধারণ কর : ১০

বছর	চাল		গম		জোয়ার	
	দাম	পরিমাণ	দাম	পরিমাণ	দাম	পরিমাণ
১৯২৭	৯.৩	১০০	৬.৪	১১	৫.১	০.৫
১৯৩৪	৪.৫	৯০	৩.৭	১০	২.৭	০.৩

১০। (ক) বিচ্যুতির আপেক্ষিক পরিমাপের ধারণাটি সংক্ষেপে ব্যাখ্যা কর। ২

(খ) পাঁচটি টেস্ট ম্যাচের একটি সিরিজে ১০টি ইনিংসের প্রত্যেকটিতে দুইজন ক্রিকেট খেলোয়ার, A এবং B , কত রান করেছে তা নিম্নে প্রদত্ত হল :

A : ৫, ২৬, ৯৭, ৭৬, ১১২, ৮৯, ০৬, ১০৮, ২৮, ১৬

B : ৫১, ৪৭, ৩৬, ৬০, ৫৮, ৩৯, ৪৪, ৪২, ৭১, ৫০

সমান্তরীয় মধ্যক, সম্যক পার্থক্য এবং ভেদাংক ব্যবহার করে A ও B দুজনের ব্যাটিংএর কৃতিত্বের তুলনামূলক আলোচনা কর। ৮

- ১১। (ক) নিম্নলিখিত পরিসংখ্যা বিভাজন থেকে লুপ্ত পরিসংখ্যা (missing frequency) f_3 ও f_4 নির্ণয় কর, সমান্তরীয় মধ্যক $\bar{x} = 11.08$ হলে।

৬

শ্রেণী সীমা	পরিসংখ্যা
৯.৩-৯.৭	০২
৯.৮-১০.২	০৫
১০.৩-১০.৭	f_3
১০.৮-১১.২	f_4
১১.৩-১১.৭	১৪
১১.৮-১২.২	০৬
১২.৩-১২.৭	০৩
১২.৮-১৩.২	০১
মোট	৬০

- (খ) সংক্ষেপে গুণোত্তরীয় মধ্যক (Geometric mean) ও বিপরীত মধ্যক (Harmonic mean) এর ব্যবহারগুলি বর্ণনা কর।

৪