

OLD**2015****Part-I 3-Tier****ADVANCED BUSINESS MATHEMATICS AND STATISTICS****PAPER—XI****(Honours)***Full Marks : 100**Time : 4 Hours**The figures in the right-hand margin indicate full marks.**Candidates are required to give their answers in their own words as far as practicable.**Illustrate the answers wherever necessary.***Group—A***(Algebra)***[Marks : 13]****1. Answer any one question :** 1×3

- (a) If A is a square matrix of any order, and I is a unit matrix of the same order, prove that $AI = IA = A$.

(Turn Over)

(b) Show that
$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 - bc \\ 1 & b & b^2 - ca \\ 1 & c & c^2 - ab \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{without expanding})$$

2. Answer any one question : 1×4

(a) Let the matrix $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$.

Verify that $A^2 + 3A + 4I = 0$

(I is the unit matrix of order two, 0 is 2×2 null matrix).

(b) If $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} -4 & 8 & 4 \\ -1 & 2 & 1 \\ -3 & 6 & 3 \end{bmatrix}$, then find A.

3. Answer any one question : 1×6

(a) Solve by Cramer's rule :

$$2x - z = 1; \quad 2x + 4y = z + 1; \quad x - 8y = 3z - 2$$

(b) Examine whether $q = 2x^2 + 3xy + 4y^2$ is positive definite or not.

Group—B*(Calculus)*

[Marks : 32]

4. Answer any two questions :

2×4

(a) Show that $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a+x} - \sqrt{a}}{2x} = \frac{1}{4a}$.

(b) Find $\frac{dy}{dx}$, when $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 0$.

(c) Evaluate : $\int \frac{dx}{x^2 - 3x + 1}$.

(d) Evaluate : $\int_0^{\log_2} \frac{e^x}{1+e^x} dx$.

5. Answer any four questions :

4×4

(a) From the 1st principle, find the derivative of e^{5x} .

(b) Find a function whose derivative is $\frac{x^2}{x+1}$.

(c) Using Euler's theorem verify $u = x^6 + x^3y^3 - y^6$.

(d) Evaluate by method of summation $\int_0^1 3x \, dx$.

(e) Evaluate : $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + x - 4}$.

(f) Find $\frac{d^2y}{dx^2}$, when $x^4 + 2x^2y^2 = 4$.

(g) Evaluate : $\int x(\log x)^2 \, dx$.

(h) Evaluate : $\int_0^3 \frac{x \, dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{5x+1}}$.

6. Answer any *one* question : 1×10

(a) (i) Show that the minimum value of the function

$$2x + \frac{1}{2x} \text{ is less than its minimum value.}$$

(ii) If $e^{xy} = 4(1 + xy)$ and $e^{xy} \neq 4$, then show that

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x} \quad 5+5$$

(b) (i) If $f(x) = \frac{ax - b}{bx - a}$,

show that $f(a).f\left(\frac{1}{a}\right) - f(b).f\left(\frac{1}{b}\right) = 0$.

(ii) Expand 2^x in powers of $(x - 1)$ upto four terms. 5+5

Group—C

(Statistics)

[Marks : 45]

7. Answer any two questions : 2×3

(a) Draw a histogram from the following data :

Monthly wages (Rs.)	Frequency
18 - 21	21
21 - 24	29
24 - 27	19
27 - 30	39
30 - 33	43
33 - 36	94
36 - 39	73
39 - 42	62

(b) Find A.M. by short-cut-method :

x :	10	20	30	40	50	60
f :	6	4	6	12	8	4

(c) X and Y stand in a line at random with 10 other people. What is the probability that there are 3 people between X and Y?

(d) A.M. and S.d. of 5 observations are respectively 6 and $\sqrt{6}$. After calculation, it has been detected that an observation 5 has been taken wrongly in place of 3. Find the Corrected A.M. and S.d.

8. Answer any *three* questions : 3×8

(a) (i) A.M. of two observations is 9, their G.M. is 7.2. Find the two observations and their H.M. also.

(ii) The numbers 3.2, 5.8, 7.9 and 4.5 have frequencies x , $(x + 2)$, $(x - 3)$ and $(x + 6)$ respectively. If the A.M. is 4.876, find the value of x .

3+5

(b) (i) Write short notes on median and mode.

(ii)	<i>Firm A</i>	<i>Firm B</i>
Average monthly wages	Rs. 52.50	Rs. 47.50
Variance of wages	100	121

Which firm shows greater variability.

3+5

(c) (i) What do you mean by raw moment and central moment?

(ii) A.M. of a distribution is 5; 2nd and 3rd central moments are 20 and 140 respectively. Find the 1st and 3rd moments of the distribution about 10.

3+5

(d) (i) What are the co-efficients of regression? Show that $r^2 = b_{xy} \cdot b_{yx}$.

(ii) Find the regression equation, Y on X, from the following table :

X :	1	2	3	4	5
Y :	2	3	5	4	6

3+5

(e) (i) Define index number and state its uses.

(ii) Calculate Fisher's Index Number :

Items	P_0 (Rs.)	Q_0 (Kg.)	P_n (Rs.)	Q_n (Kg.)
A	5	50	10	56
B	3	100	4	120
C	4	60	6	60
D	11	30	14	24
E	7	40	10	36

3+5

- (f) (i) If $A = \{1, 2, 7\}$ and $B = \{3, 5, 7\}$ are the subsets of the universal set $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, then show that $(A \cup B)' = A' \cap B'$.

(Use Venn Diagram also)

- (ii) Find mathematical expectation of the number of points, if a balanced dice is thrown. Find s.d. also.

3+5

9. Answer any one question :

1×15

- (a) (i) Compute 5 yearly moving averages from the following :

Year	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th	7th	8th
Annual Sales	64	43	43	34	44	54	34	24

(Rs. '000)

- (ii) Following are the ranks of marks obtained by 8 students in Economics and Mathematics. Find the Rank Correlation :

Economics :	2	1	4	5	3	7	6	8
Mathematics :	1	3	2	7	5	6	8	4

- (iii) 5 men in a batch of 20 are graduates. If 3 men are picked up out of 20 at random, what is the probability that they are all graduates? What is the probability of at least one graduate?

4+5+6

- (b) (i) Fit a straight line trend to the given time series data and estimate the value for the year 2015:

Year :	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Production :	20	22	21	24	25	23	28
(’000 tons)							

- (ii) Define :

Random Experiment, Mutually Exclusive Events, Exhaustive Events, Equally Likely Events, Impossible Events.

- (iii) The probability that A can solve a problem in Business Statistics is $\frac{3}{4}$, that B can solve it is $\frac{2}{5}$, that C can solve it is $\frac{5}{9}$. If they all try independently, find the probability that the problem will be solved.

4+5+6

[Internal Assessment — 10 marks]

বঙ্গানুবাদ

দক্ষিণ প্রান্তস্থ সংখ্যাগুলি প্রশ্নমান নির্দেশক।

পরীক্ষার্থীদের যথাসম্ভব নিজের ভাষায় উত্তর দেওয়া প্রয়োজন।

বিভাগ—ক

(বীজগণিত)

[পূর্ণমান—১৩]

১। যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

১×৩

(ক) যদি A যে কোন ক্রমের বর্গ ম্যাট্রিক্স হয় এবং I ঐ একই ক্রমের একক ম্যাট্রিক্স হয়, তাহলে প্রমাণ কর যে,

$$AI = IA = A.$$

(খ) প্রমাণ কর যে,

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 - bc \\ 1 & b & b^2 - ca \\ 1 & c & c^2 - ab \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{বিস্তার না করিয়া})$$

২। যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

১×৪

(ক) যদি matrix $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ হয়, তবে

প্রমাণ কর, $A^2 + 3A + 4I = 0$ (I = দুই ক্রমের একক ম্যাট্রিক্স এবং $0 = 2 \times 2$ ক্রমের শূন্য ম্যাট্রিক্স)।

(খ) যদি $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} -4 & 8 & 4 \\ -1 & 2 & 1 \\ -3 & 6 & 3 \end{bmatrix}$ হয়, তবে A বাহির কর।

৩। যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

১×৬

(ক) Cramer's Rule অনুসারে সমাধান কর :

$$2x - z = 1; \quad 2x + 4y = z + 1; \quad x - 8y = 3z - 2.$$

(খ) $q = 2x^2 + 3xy + 4y^2$ রাশিটি নির্দিষ্ট / প্রকৃত ধনাত্মক (Definite Positive) কিনা পরীক্ষা কর।

বিভাগ—খ

(কলনশাস্ত্র)

[পূর্ণমান—৩২]

৪। যে-কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

২×৩

(ক) দেখাও যে, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{a+x} - \sqrt{a}}{2x} = \frac{1}{4a}$.

(খ) $\frac{dy}{dx}$ এর মান নির্ণয় করো, যখন $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 0$.

(গ) মূল্যায়ন করো : $\int \frac{dx}{x^2 - 3x + 1}$.

(ঘ) মূল্যায়ন করো : $\int_0^{\log_2 e^x} \frac{e^x}{1 + e^x} dx$.

৫। যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

৪ × ৪

(ক) প্রথম সূত্র থেকে, e^{5x} -এর অবকলন সহগ নির্ণয় কর।

(খ) একটি অপেক্ষক বাহির কর, যার অবকলন হল $\frac{x^2}{x+1}$.

(গ) Euler-এর উপপাদ্যের সাহায্যে $u = x^6 + x^3y^3 - y^6$ অপেক্ষকটি যাচাই কর।

(ঘ) সমষ্টি নির্ণয় পদ্ধতি দিয়ে মান নির্ণয় কর : $\int_0^1 3x dx$.

(ঙ) মূল্যায়ন কর : $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + x - 4}$.

(চ) $\frac{d^2y}{dx^2}$ বাহির কর, যখন $x^4 + 2x^2y^2 = 4$.

(ছ) মূল্যায়ন কর : $\int x(\log x)^2 dx.$

(জ) মূল্যায়ন কর : $\int_0^3 \frac{x dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{5x+1}}.$

৬। যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

১×১০

(ক) (অ) দেখাও যে, $2x + \frac{1}{2x}$ অপেক্ষকটি সর্বোচ্চ মান সর্বনিম্ন মান

অপেক্ষা ছেটি।

(আ) যদি $e^{xy} = 4(1 + xy)$ এবং $e^{xy} \neq 4$ হয়, তবে দেখাও যে

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x} \quad ৫+৫$$

(খ) (অ) যদি $f(x) = \frac{ax - b}{bx - a}$ হয়, তবে দেখাও যে,

$$f(a) \cdot f\left(\frac{1}{a}\right) - f(b) \cdot f\left(\frac{1}{b}\right) = 0.$$

(আ) 2^x -কে $(x - 1)$ -এর খাতে চারটি পদ পর্যন্ত বিস্তৃত কর।

৫+৫

বিভাগ—গ

(পরিসংখ্যান)

[পূর্ণমান—৪৫]

৭। যে-কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও।

২×৩

(ক) Histogram অংকন কর :

Monthly wages (Rs.)	Frequency
18 - 21	21
21 - 24	29
24 - 27	19
27 - 30	39
30 - 33	43
33 - 36	94
36 - 39	73
39 - 42	62

(খ) Short-cut-method-র সাহায্যে A.M. বাহির কর :

x :	10	20	30	40	50	60
f :	6	4	6	12	8	4

(গ) X এবং Y অন্য 10 জন লোকের সাথে একই সারিতে যে কোন অবস্থানে দাঁড়াতে পারে। 3 জন লোক কত প্রকারে X এবং Y-এর মাঝে দাঁড়াতে পারে তার সম্ভাবনা বাহির কর।

- (ঘ) 5টি পর্যবেক্ষণের A.M. এবং s.d যথাক্রমে 6 এবং $\sqrt{6}$ ।
গণনার পর, ইহা সনাক্ত করা গেল যে 5 একটি পর্যবেক্ষণ ভুলক্রমে
3 এই পর্যবেক্ষণের পরিবর্তে লেখা হয়েছে।

৮। যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

৩×৮

- (ক) (i) দুটি পর্যবেক্ষণের A.M. ও G.M. যথাক্রমে 9 এবং 7.2.
পর্যবেক্ষণ দুটি বাহির কর। উহাদের H.M.-ও বাহির কর।

- (ii) 3-2, 5-8, 7-9 এবং 4-5 সংখ্যাগুলির পর্যায়ক্রমিক
পরিসংখ্যাগুলি হল x , $(x + 2)$, $(x - 3)$ এবং $x + 6$.
যদি A.M. = 4.876 হয়, x -এর মান কত? ৩+৫

- (খ) (i) Median ও Mode-র উপর সংক্ষিপ্ত টীকা লিখ।

	Firm A	Firm B
Average monthly wages	Rs. 52.50	Rs. 47.50
Variance of wages	100	121

কোন ফার্মটি অধিকতর চলনশীল?

৩+৫

- (গ) (i) Raw Moment এবং Central Moment বলিতে কি
বোঝ?

- (ii) A.M. = 5 ; $m_2 = 20$; $m_3 = 140$.

10-এর সাপেক্ষে প্রথম ও তৃতীয় ভ্রামক (moment) বাহির

কর।

৩+৫

(ঘ) (i) Co-efficients of regression কি?

$$\text{দেখাও যে, } r^2 = b_{xy} \cdot b_{yx}$$

(ii) Y on X-এর regression equation বাহির কর :

X :	1	2	3	4	5
Y :	2	3	5	4	6

৩+৫

(ঙ) (i) Index Number-র সংজ্ঞা দাও এবং ইহার ব্যবহার উল্লেখ কর।

(ii) Fisher's Index Number বাহির কর :

Items	P_0 (Rs.)	Q_0 (Kg.)	P_n (Rs.)	Q_n (Kg.)
A	5	50	10	56
B	3	100	4	120
C	4	60	6	60
D	11	30	14	24
E	7	40	10	36

৩+৫

(চ) (i) যদি $A = \{1, 2, 7\}$ এবং $B = \{3, 5, 7\}$ এবং উহাদের সার্বজনীন Set, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ হয়, তাহলে প্রমাণ কর :

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

(Venn Diagram ও ব্যবহার কর)

(ii) একটি সাম্য ছক্কা ছোঁড়া হলে $E(x)$ ও s.d. কত হবে বাহির কর।

৩+৫

৯। যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

১×১৫

(ক) (i) 5-yearly moving average বাহির কর।

Year	1st	2nd	3rd	4th	5th	6th	7th	8th
Annual Sales (Rs.) ('000)	64	43	43	34	44	54	34	24

(ii) আটজন ছাত্রের Economics ও Mathematics-র Rank দেওয়া আছে। Rank Correlation বাহির কর।

Economics :	2	1	4	5	3	7	6	8
Mathematics :	1	3	2	7	5	6	8	4

(iii) 20 জন লোকের মধ্যে 5 জন graduate। যদি 20 জন লোকের মধ্যে 3 জন লোককে বাছাই করা হয়, তাহলে সবাই graduate হওয়ার সম্ভাবনা কত? কমপক্ষে একজন graduate হওয়ার ও সম্ভাবনা কত? 8+৫+৬

(খ) (i) প্রদত্ত কালীন সারি থেকে straight line trend স্থাপন কর এবং 2015 সালের মান বাহির কর :

Year :	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Production :	20	22	21	24	25	23	28

('000 tons)

(ii) সংজ্ঞা দাও :

Random Experiment, Mutually Exclusive Events, Exhaustive Events, Equally Likely Events, Impossible Events.

(iii) Business Statistics-র একটি অংক A করতে পারার

সম্ভাবনা $\frac{3}{4}$, B করতে পারার সম্ভাবনা $\frac{2}{5}$, C করতে পারার

সম্ভাবনা $\frac{5}{9}$ । যদি তারা স্বাধীনভাবে অংকটি করে, তাহলে

সমাধান করার সম্ভাবনা কত?

8+5+6

[অভ্যন্তরীণ মূল্যায়ণ — ১০ নম্বর]

—